

# Açık Sistemlerde Görevle-İlgili (Semantik) Bilgi Üretiminin Termodinamik Alt Sınırları

**Serdar Çakıroğlu**

Bağımsız Araştırmacı

Datalucis Araştırma Girişimi

İstanbul, Türkiye

kuzveys@hotmail.com

## Özet

Bilgi termodinamiği, entropi, serbest enerji ve bilgi işleme arasında temel bir fiziksel bağlantı kurmuştur. Landauer ilkesiyle birlikte, bilginin işlenmesinin enerjetik bir maliyet taşıdığı anlaşılmıştır. Ancak Shannon entropisi ve karşılıklı bilgi gibi standart bilgi kuramsal ölçüler, istatistiksel bağımlılığı nicelleştirirken bu bağımlılığın sistemin amacı ya da işlevine katkı sağlayıp sağlamadığını ayırt etmez. Oysa fiziksel, biyolojik ve yapay sistemlerde yalnızca belirli korelasyonlar görev performansı, uyum veya kontrol açısından anlamlıdır.

Bu çalışmada görevle-ilişkili (semantik) bilgi, karşılıklı bilginin sınırlı ve fayda-ağırlıklı bir genellemesi olarak işlemsel biçimde tanımlanmaktadır. Özellikle, noktasal karşılıklı bilginin normalize edilmiş bir fayda fonksiyonu ile ağırlıklandırılmış beklentisi olarak formüle edilmekte ve böylece sistemin amacıyla hizalanmış korelasyonları seçmektedir. Bu tanım, anlam hakkında ontolojik bir varsayım getirmez; semantik içeriği, göreve-bağımlı istatistiksel hizalanma olarak biçimselleştirir.

Kanonik ansambl varsayımları altında Kullback–Leibler ayrışımı ile Helmholtz serbest enerjisi arasındaki yerleşik ilişki kullanılarak, görevle-ilişkili bilgi üretimini serbest enerji farkı ve entropi üretim hızıyla ilişkilendiren koşullu termodinamik alt sınırlar türetilmektedir.  $A$  görev-ağırlıklı bilgiyi gösterebilir ve fiziksel olarak anlamlı semantik büyüklük  $A_+ = |A|$  olarak tanımlansın.

Sınırlı fayda fonksiyonu ve Markov dinamiklerine sahip açık, dengeden uzak sistemler için ve semantik büyümenin toplam KL sapmasına pozitif katkı yaptığı pozitif hizalanma rejiminde şu eşitsizlikler elde edilir:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+, \sigma \geq \lambda \dot{A}_+.$$

Burada  $\sigma$  entropi üretim hızını,  $\lambda$  ise birim bilgi başına Boltzmann sabiti mertebesinde sistem-bağımlı bir hizalanma katsayısını ifade eder. Bu eşitsizlikler evrensel termodinamik özdeşlikler değildir; yalnızca görevle-ilişkili korelasyon artışı kanonik dengeden sapmanın bir alt bileşeni olduğunda geçerlidir.

Dengeden uzak akıların görevle-hizalanmış korelasyonları ve buna eşlik eden entropi üretimini nasıl oluşturduğunu göstermek için iki durumlu minimal bir sürekli-zamanlı Markov modeli sunulmaktadır. Bu çerçevede görev ödülünün artırılması, olasılıkların yeniden yapılandırılmasına, serbest enerji sapmasına ve kesinlikle pozitif entropi üretimine yol açmakta; böylece önerilen alt sınırların analitik bir gösterimini sağlamaktadır.

Bu çerçeve mevcut termodinamik yasaları değiştirmez. Bunun yerine, toplam istatistiksel bağımlılık ile görevle-hizalanmış korelasyonları sistematik biçimde ayırt ederek bilgi termodinamiğini rafine eder. Sınırlı fayda ağırlıklandırması sayesinde, karşılıklı bilginin fiziksel olarak kısıtlanmış bir alt kümesini tanımlar; bu alt kümenin üretimi hizalanma rejimlerinde enerjetik olarak sınırlıdır. Kuram matematiksel olarak açık, boyutsal olarak tutarlı ve yapay öğrenme sistemleri, biyolojik sinir sistemleri ve stokastik bilgi makinelerinde deneysel olarak sınanabilir niteliktedir.

Bu bağlamda semantik bilgi, metafizik bir kavram olarak değil; göreve-bağımlı ve fiziksel olarak kısıtlanmış bir istatistiksel bağımlılık bileşeni olarak ele alınmaktadır. Önerilen sonuçlar, açık sistemlerde işlevsel bilgi üretiminin enerjetik sınırlarını araştırmak için ilkesel bir temel sunmaktadır.

## 1. Giriş

Landauer ilkesi (Landauer, 1961) ile birlikte, bilgi işlemenin termodinamik bir maliyet taşıdığı fiziksel olarak kabul edilmiştir. Landauer'e göre, bir bit bilginin geri döndürülemez biçimde silinmesi için gereken asgari enerji

$$\Delta E \geq kT \ln(2)$$

şeklindeydir. Bu sonuç, bilgi ile enerji arasındaki ilişkinin yalnızca analogik değil, fiziksel olarak zorunlu olduğunu göstermektedir. Daha sonraki gelişmeler — tersinir hesaplama (Bennett, 1982), stokastik termodinamik (Seifert, 2012) ve bilgi makineleri (Parrondo, Horowitz & Sagawa, 2015) — bilgi, serbest enerji ve entropi üretimi arasındaki yapısal ilişkileri sistematik biçimde ayrıntılandırmıştır.

Bununla birlikte, bilgi termodinamiğinin mevcut çerçevesi önemli bir ayrımı açık biçimde ele almamaktadır: tüm istatistiksel bilgi eşdeğer değildir. Shannon entropisi ve karşılıklı bilgi, değişkenler arasındaki bağımlılığı ölçer; ancak bu bağımlılığın bir sistemin amacı, görevi ya da işlevi açısından değerli olup olmadığını ayırt etmez. Rastgele korelasyonlar, sistem performansına, uyumsal başarıya veya işlevsel çıktıya katkı sağlamaksızın karşılıklı bilgiyi artırabilir.

Fiziksel, biyolojik ve yapay sistemlerde işlevsel olarak ilgili bilgi ile işlevsel olarak ilgisiz bilgi arasında pratik bir ayrım bulunmaktadır. Örneğin, bir organizmanın hayatta kalmasına katkıda bulunan çevresel bilgi ile rastgele çevresel korelasyonların enerjetik maliyeti eşdeğer midir? Görevle-İlgili bilginin üretimi, keyfi korelasyon üretimini yöneten kısıttan farklı bir termodinamik sınıra mı tabidir? Bu ayrım, mevcut literatürde açık ve sistematik bir çerçeve içinde ele alınmamıştır.

Bu çalışma şu temel probleme odaklanmaktadır:

### **Görevle-İlgili (fayda-ağırlıklı) bilginin üretimi termodinamik bir alt sınıra tabi midir?**

Bu soruya yanıt vermek için "anlam" kavramı ontolojik ya da öznel bir kategori olarak değil, göreve-ağırlıklı bir bilgi ölçüsü olarak yeniden tanımlanmaktadır. Abüyükülüğü, sınırlı bir fayda (veya kayıp) fonksiyonu ile ağırlıklandırılmış karşılıklı bilgi olarak tanımlanır ve sistemin amacıyla hizalanmış korelasyonları temsil eder.

Bu çalışmanın merkezi hipotezi şu şekilde formüle edilmektedir:

Açık, dengeden uzak sistemlerde görevle-İlgili bilginin artışı, koşullu bir termodinamik alt sınıra tabidir.

Bu bağlamda aşağıdaki alt-sınır hipotezi önerilmektedir:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+,$$

burada  $A_+ := |A|$  fiziksel olarak anlamlı semantik büyüklüğü ifade eder.

Bu eşitsizlik evrensel bir fizik yasası olarak değil, belirli dinamik varsayımlar (açık sistemler, kanonik ansambl ve Markov geçişleri) altında geçerli bir termodinamik alt-sınır önerisi olarak sunulmaktadır. Makale boyunca bu sınırın serbest enerji farkı ve entropi üretim hızı ile nasıl ilişkili olduğu gösterilmektedir.

Bu çalışmanın amacı mevcut fizik yasalarını değiştirmek değil; toplam istatistiksel bağımlılık ile görevle-İlgili bilgi arasındaki sistematik ayrımı ortaya koyarak bilgi termodinamiğini genişletmektir. Önerilen çerçeve:

- matematiksel olarak açık biçimde tanımlanmıştır,
- dengeden uzak termodinamik ile tutarlıdır,
- deneysel olarak test edilebilir hipotezler üretir,
- yapay zekâdan biyolojik bilgi işleme süreçlerine kadar geniş bir sistem yelpazesine uygulanabilir.

Bu anlamda çalışma, toplam istatistiksel bağımlılık ile görevle-İlgili bilgi üretimini ayırt ederek enerji–bilgi ilişkisine kavramsal ve matematiksel bir rafınman kazandırmaktadır.

---

## 2. Kuramsal Arka Plan ve Temel Kavramlar

Bu bölümde, çalışma boyunca kullanılan bilgi kuramı ve termodinamikten temel kavramlar tanımlanmaktadır. Amaç, önerilen çerçevenin yerleşik fizik literatürüyle tamamen tutarlı olduğunu açık biçimde göstermektir.

---

### 2.1 Shannon Entropisi

Ayrık bir rassal değişken  $X$  için Shannon entropisi şu şekilde tanımlanır:

$$H(X) = - \sum_x p(x) \log p(x),$$

burada aksi belirtilmedikçe log doğal logaritmayı ifade eder.

Sürekli değişkenler için diferansiyel entropi:

$$H(X) = - \int p(x) \log p(x) dx.$$

Bu büyüklük sistemin belirsizliğini ölçer. Entropi arttıkça mikrodurumlar hakkındaki belirsizlik artar. Ancak Shannon entropisi, bilginin işlevsel ya da görevle-İlgili bir değere sahip olup olmadığını ayırt etmez.

---

## 2.2 Kullback–Leibler (KL) Ayrışımı

İki dağılım  $p(x)$  ve  $q(x)$  arasındaki ayrışım şu şekilde tanımlanır:

$$D_{KL}(p \parallel q) = \int p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} dx.$$

KL ayrışımı her zaman negatif değildir:

$$D_{KL}(p \parallel q) \geq 0,$$

ve ancak ve ancak  $p = q$  hemen her yerde sağlandığında sıfır olur.

İstatistiksel fizikte bu büyüklük doğrudan serbest enerji farkıyla ilişkilidir ve bu çalışmanın termodinamik temelini oluşturur.

---

## 2.3 Karşılıklı Bilgi

İki değişken  $X$  ve  $Y$  arasındaki karşılıklı bilgi şu şekilde tanımlanır:

$$I(X; Y) = D_{KL}(p(x, y) \parallel p(x)p(y)),$$

ya da eşdeğer olarak,

$$I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y).$$

Karşılıklı bilgi yalnızca istatistiksel bağımlılığı ölçer. Bu bağımlılığın bir sistemin amacı ya da işlevi açısından değerli olup olmadığını ayırt etmez.

Bu ayrım, mevcut çalışmanın temel motivasyonunu oluşturmaktadır.

---

## 2.4 Landauer İlkesi

Landauer ilkesine göre, bir bit bilginin geri döndürülemez biçimde silinmesi için gereken asgari enerji:

$$\Delta E \geq kT \ln(2)$$

şeklindedir.

Daha genel olarak,  $\Delta I$  bitlik bilginin silinmesi için:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta I.$$

Bu ilişki, geri döndürülemez bilgi işleminin fiziksel bir maliyet taşıdığını ortaya koyar. Ancak Landauer ilkesi, farklı bilgi içeriklerini ya da işlevsel ilgililiği ayırt etmez.

---

## 2.5 Serbest Enerji ve KL Ayrışımı

Helmholtz serbest enerjisi şu şekilde tanımlanır:

$$F = \langle E \rangle - TS.$$

Eğer referans dağılımı  $q(x)$  kanonik Boltzmann dağılımı ise:

$$q(x) = \frac{e^{-\beta E(x)}}{Z}, \beta = \frac{1}{kT},$$

o halde şu ilişki geçerlidir:

$$D_{KL}(p \parallel q) = \beta(F(p) - F(q)),$$

ve dolayısıyla:

$$F(p) - F(q) = kT D_{KL}(p \parallel q).$$

Bu sonuç yalnızca referans dağılımının kanonik olması durumunda geçerlidir. Görev-ağırlıklı bilginin termodinamik yorumunu temellendirmede kritik rol oynar.

---

## 2.6 Dengeden Uzak Entropi Üretimi

Açık sistemler için toplam entropi üretim hızı:

$$\sigma = \frac{dS_{total}}{dt},$$

ve ikinci yasa gereği:

$$\sigma \geq 0.$$

Markov süreçlerinde entropi üretimi geçiş akıları cinsinden ifade edilebilir (Seifert, 2012).

Yerel entropi azalması mümkündür, ancak bu durum çevredeki entropi artışı ile telafi edilmelidir. Bu anlamda bilgi üretimi genellikle yerel düzen oluşumu ve çevresel entropi üretimi ile ilişkilidir.

---

## 2.7 Literatürde Konumlandırma

Landauer (1961) bilgi–enerji bağlantısını formüle etmiştir. Bennett (1982) tersinir hesaplama çerçevesini geliştirmiştir. Seifert (2012), stokastik termodinamik içinde entropi üretimini sistematikleştirmiştir. Parrondo, Horowitz ve Sagawa (2015) bilgi makinelerini analiz etmiş, Still ve ark. (2012) ise öngörücü bilgiyi termodinamik verimlilikle ilişkilendirmiştir. Friston'un serbest enerji ilkesi, biyolojik sistemlerde model güncellemenin enerjetik maliyetini tartışmaktadır.

Bu çalışma literatüre ek bir ayırım getirmektedir:

Karşılıklı bilginin görevle-İlgili alt kümesi için ayrı bir termodinamik alt sınır mevcut olabilir.

Bir sonraki bölümde bu alt küme biçimsel olarak tanımlanmaktadır.

Öngörücü bilgi kuramı, empowerment ve görevle-İlgili kaba-tanelendirme çerçevelerinde benzer kavramlar bulunsa da, bu çalışma semantik bilgiyi sınırlı fayda-ağırlıklı karşılıklı bilgi olarak açık biçimde tanımlaması ve kanonik KL–serbest enerji ilişkisi üzerinden koşullu termodinamik alt sınırlar türetmesi bakımından farklılaşmaktadır.

---

## 3. Görev-Ağırlıklı (Semantik) Bilginin Tanımı

### 3.1 Motivasyon

Karşılıklı bilgi

$$I(X; Y) = \mathbb{E} \left[ \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right]$$

iki rassal değişken arasındaki istatistiksel bağımlılığı ölçer.

Ancak bu büyüklük, söz konusu bağımlılığın sistemin amacı ya da görevi açısından değerli olup olmadığını ayırt etmez. Rastgele çevresel korelasyonlar, sistem performansına, kontrol doğruluğuna veya uyumsal çıktıya katkı sağlamadan karşılıklı bilgiyi artırabilir.

Bu nedenle bilgi miktarı, sistemin amacıyla ilişkili olarak ağırlıklandırılmalıdır. Amaç, toplam karşılıklı bilgi ile görevle hizalanmış korelasyon bileşeni arasındaki ayrımı biçimselleştirmektir.

---

### 3.2 Fayda (Kayıp) Fonksiyonu

Sistemin görevini tanımlayan bir kayıp fonksiyonu şu şekilde verilsin:

$$\mathcal{L}(x, y),$$

burada  $x$  sistem durumunu,  $y$  ise çevresel değişkeni ifade eder.

Normalize edilmiş bir fayda fonksiyonu şu şekilde tanımlanır:

$$U(x, y) = 1 - \frac{\mathcal{L}(x, y)}{L_{max}},$$

böylece

$$0 \leq U(x, y) \leq 1.$$

Fayda yüksek olduğunda, ilgili korelasyon görev açısından değerlidir.

$U$ 'nun sınırlı olması, ileride geliştirilecek termodinamik eşitsizliklerin kurulması açısından kritik öneme sahiptir.

---

### 3.3 Semantik Bilginin Tanımı

Görev-ağırlıklı (semantik) bilgi şu şekilde tanımlanır:

$$A = \int U(x, y) p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} dx dy.$$

Beklenti biçiminde:

$$A = \mathbb{E} \left[ U(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right].$$

Karşılaştırma için, karşılıklı bilgi:

$$I(X; Y) = \mathbb{E} \left[ \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right].$$

Noktasal karşılıklı bilgi (PMI) şöyle tanımlanır:

$$Z(x, y) := \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}.$$

Bu durumda:

$$A = \mathbb{E}[U \cdot Z].$$

Bu tanım, karşılıklı bilginin görev-ilişlilik fonksiyonu ile filtrelenmiş bir biçimini temsil eder. Önemli olarak,  $A$  yeni bir bilgi türü değildir; karşılıklı bilginin fayda-ağırlıklı bir bileşenidir.

---

### 3.4 Matematiksel Özellikler

#### (i) Sınırlılık

$0 \leq U \leq 1$  olduğundan:

$$|A| \leq I(X; Y).$$

$Z(x, y)$  negatif değerler alabileceği için,  $A$ 'nın işareti dağılıma bağlıdır.

Enerjetik eşitsizlikler için fiziksel olarak anlamlı semantik büyüklük şu şekilde tanımlanır:

$$A_+ := |A|.$$

---

#### (ii) Doğrusallık

Semantik bilgi, fayda fonksiyonuna göre doğrusaldır:

$$A[\alpha U_1 + \beta U_2] = \alpha A[U_1] + \beta A[U_2].$$

---

#### (iii) Görev Yokluğu

Eğer

$$U(x, y) = 0,$$

ise

$$A = 0.$$

Dolayısıyla görev-ilişkilik olmadığında semantik bilgi ortadan kalkar.

---

#### (iv) Veri İşleme Eşitsizliği

Klasik karşılıklı bilgi için:

$$I(X; Y) \geq I(f(X); Y).$$

Ancak bu eşitsizlik genel olarak semantik bilgi için geçerli değildir; çünkü dönüşüm altında fayda fonksiyonu değişebilir.

Bu durum, semantik bilginin bağlamsal ve göreve-bağımlı olduğunu göstermektedir.

---

#### (v) Fiziksel Pozitiflik Konvansiyonu

Görev-ağırlıklı bilgi, negatif PMI bölgeleri nedeniyle negatif değerler alabilir. Bu nedenle bu çalışmadaki tüm termodinamik eşitsizlikler

$$A_+ := |A|$$

kullanılarak formüle edilmektedir.

Tüm enerjetik alt sınırlar  $A_+$ 'ya atıf yaparak fiziksel pozitifliği garanti eder.

---

**Not.** Semantik bilgi artışı ile KL ayrışımı artışı arasındaki ilişki, korelasyon yapısının görevle hizalanarak güçlendiği rejimlerde geçerlidir. İşaret tersinimleri ortaya çıkarsa, eşitsizlikler mutlak değer biçiminde yorumlanmalıdır.

---

### 3.5 Yorum ve Konumlandırma

Bu tanım şu sonuçları doğurur:

- Shannon bilgisi korunur.
- Fayda düşük olduğunda rastgele korelasyonlar bastırılır.

- İşlevsel olarak ilgili korelasyonlar vurgulanır.
- Semantik bilgi, karşılıklı bilginin görevle hizalanmış bileşenini temsil eder.

Dolayısıyla  $A$ , saf karşılıklı bilgiden farklıdır ve sistem içindeki hedefle hizalanmış korelasyon yoğunluğunu ölçer.

Bu ayırım, bir sonraki bölümde türetilen termodinamik alt sınırların temelini oluşturmaktadır.

---

## 4. Görev-Ağırlıklı Bilginin Termodinamik Maliyeti

Bu bölümde, görevle-ilişkili bilginin üretiminin termodinamik bir maliyet taşıyıp taşımadığını inceliyoruz. Amaç, semantik bilgi  $A$ 'ile serbest enerji ve entropi üretimi gibi termodinamik nicelikler arasında kesin bir ilişki kurmaktır.

Bu çerçevede iki farklı KL ayrışımı bulunduğunu özellikle vurguluyoruz:

- **İstatistiksel bağımlılık KL'si (karşılıklı bilgi):**

$$I(X; Y) = D_{KL}(p(x, y) \parallel p(x)p(y)),$$

- **Termodinamik KL (serbest enerji sapması):**

$$D_{KL}(p(x) \parallel q(x)).$$

Bu iki KL ayrışımı farklı olasılık uzaylarında tanımlanır ve birbirine karıştırılmamalıdır.

---

### 4.1 Landauer İlkesi (Temkinli Konumlandırma)

Landauer ilkesine göre, bir bit bilginin geri döndürülemez biçimde silinmesi için gereken asgari enerji

$$\Delta E \geq kT \ln(2)$$

şeklindedir.

Daha genel olarak:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta I.$$

Ancak Landauer ilkesi silme süreçlerine uygulanır ve bilgi içeriğini ayırt etmez. Mevcut problem, silmeden ziyade göreve hizalanmış olasılık yeniden yapılandırmasıyla ilgilidir. Bu nedenle Landauer eşitsizliği doğrudan uygulanamaz; bunun yerine serbest enerji–KL ilişkisi üzerinden genelleştirilmiş bir alt sınır araştırılmaktadır.

---

## 4.2 KL Ayrışımı ve Serbest Enerji

Referans dağılımının kanonik olduğunu varsayalım:

$$q(x) = \frac{e^{-\beta E(x)}}{Z}, \beta = \frac{1}{kT}.$$

Bu durumda:

$$D_{KL}(p \parallel q) = \int p(x) \ln \frac{p(x)}{q(x)} dx,$$

ve standart termodinamik özdeşlik:

$$F(p) - F(q) = kT D_{KL}(p \parallel q).$$

Dolayısıyla dengeden sapma doğrudan serbest enerji farkına karşılık gelir.

---

## 4.3 Semantik Bilgi ve KL Sapması

Hatırlayalım:

$$A = \int U(x, y) p(x, y) \ln \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} dx dy.$$

$0 \leq U \leq 1$  olduğundan:

$$|A| \leq I(X; Y).$$

Tanımlayalım:

$$A_+ := |A|.$$

Hizalanma, görevle-İlgili korelasyon artışının kanonik referansa göre toplam KL artışına pozitif katkı yapmasını gerektirir. Bu varsayım, fayda-ağırlıklı korelasyonların olasılık

kütlesini yeniden düzenlediği ancak kanonik serbest enerji sapmasını artırmadığı rejimleri dışlar.

---

### Hizalanma Koşulu (Biçimsel Rejim Varsayımı)

Termodinamik KL ayrışımının (kanonik referansa göre) arttığı rejimlerle sınırlanıyoruz:

$$\Delta D_{tot} > 0.$$

Burada

$$D_{tot} := D_{KL}(p \parallel q_{can})$$

kanonik Boltzmann referansına göre KL ayrışımını gösterir.

Ayrıca semantik bilgi artışının bu toplam sapmanın sınırlı bir alt bileşeni olduğunu varsayıyoruz:

$$0 \leq \Delta A_+ \leq \Delta D_{tot}.$$

Burada

$$A_+ := |A|$$

fiziksel olarak anlamlı semantik büyüklüğü ifade eder.

Bu varsayımlar altında:

$$|\Delta A| \leq \Delta D_{tot}.$$

Bu hizalanma koşulu, görevle-ilişkili korelasyon artışının termodinamik dengeden toplam sapmayı aşmamasını garanti eder.

Bu koşul rejime bağlıdır; evrensel bir termodinamik özdeşlik değildir. Fayda fonksiyonunun, güçlenmesi kanonik KL ayrışımını tekdüze biçimde artıran korelasyonları seçtiği durumlarda geçerlidir.

---

### 4.4 Serbest Enerji Üzerinden Alt Sınır

$$\Delta F = kT \Delta D_{KL}$$

ve hizalanma koşulu kullanılarak:

$$\Delta F \geq kT \Delta A_+.$$

Bu, hizalanma rejimlerinde geçerli koşullu bir alt sınırdır.

---

#### 4.5 Enerji Alt Sınırı (Koşullu Hipotez)

Serbest enerji–KL ilişkisinden:

$$\Delta F = kT D_{KL}(p \parallel q_{canonical}).$$

$A_+ \leq D_{KL}$  olduğundan:

$$\Delta F \geq kT A_+.$$

Eğer taban-2 logaritma kullanılırsa:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+.$$

---

#### Yorum

Görevle-İlgili korelasyonların üretimi, dengeden sapma gerektirir ve dolayısıyla serbest enerji harcamasıyla ilişkilidir. Bu eşitsizlik enerji ile semantik bilgi arasında özdeşlik kurmaz; yalnızca koşullu bir alt sınır ortaya koyar.

---

#### Rejim Koşulları

Bu alt sınır yalnızca şu durumlarda geçerlidir:

- Kanonik referans dağılımı
- Açık, dengeden uzak dinamikler
- Sınırlı fayda:  $0 \leq U \leq 1$
- Semantik büyüme ile KL büyümesi arasında pozitif hizalanma

Hizalanma başarısız olursa yalnızca şu garanti edilebilir:

$$A_+ \leq D_{KL}(p \parallel q).$$

---

## 5. Entropi Üretimi ve Semantik Bilginin Hızı

### 5.1 Dengeden Uzak Entropi Üretimi

Açık bir sistem için toplam entropi üretim hızı:

$$\sigma = \frac{dS_{tot}}{dt}, \sigma \geq 0.$$

Sürekli-zamanlı Markov süreçleri için (Seifert, 2012):

$$\sigma = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (J_{ij} - J_{ji}) \ln \frac{J_{ij}}{J_{ji}},$$

burada

$$J_{ij} = p_i W_{ij}.$$

Eğer ayrıntılı denge (detailed balance) geçerliyse  $J_{ij} = J_{ji}$  olur ve  $\sigma = 0$ .

Dolayısıyla entropi üretimi, termodinamik dengeden sapmayı nicelleştirir.

---

### 5.2 KL Dinamiği ve Serbest Enerji

Sistem dağılımının  $p(t)$  olarak evrildiğini ve kanonik referans dağılımının  $q$  sabit kaldığını varsayalım.

Tanımlayalım:

$$\dot{D}_{KL} = \frac{d}{dt} D_{KL}(p(t) \parallel q).$$

Kanonik varsayımlar altında:

$$F(p) - F(q) = kTD_{KL}(p \parallel q).$$

Zamana göre türev alındığında:

$$\frac{dF}{dt} = kT\dot{D}_{KL}.$$

Serbest enerji dengesi:

$$\frac{dF}{dt} = \dot{W}_{ext} - T\sigma.$$

Birleştirildiğinde:

$$T\sigma = \dot{W}_{ext} - kT\dot{D}_{KL}.$$

Dolayısıyla entropi üretimi açık biçimde dış iş akışına bağlıdır.

---

### 5.3 Semantik Bilginin Hızı

Semantik bilgi zamanla şu şekilde evrilir:

$$A(t) = \mathbb{E}[U \cdot Z].$$

Bunun zamana göre türevi:

$$\dot{A} = \frac{dA}{dt}.$$

Ek varsayımlar olmaksızın,  $\dot{A}$  ile  $\dot{D}_{KL}$  arasında evrensel bir eşitsizlik kurulamaz.

---

### 5.4 Entropi Üretimi ile Koşullu İlişki

Şu rejimlerle sınırlanıyoruz:

- Referans dağılımı kanonik,
- $\dot{D}_{KL} > 0$ ,
- Semantik büyüme KL büyümesiyle hizalı,
- Dış iş akışı kontrol altında ya da ihmal edilebilir.

Hızalanma katsayısını tanımlayalım:

$$\alpha(t) := \frac{\dot{A}(t)}{\dot{D}_{KL}(t)}, (\dot{D}_{KL} \neq 0).$$

Hizalanma rejimlerinde:

$$0 < \alpha(t) \leq 1.$$
$$\frac{dF}{dt} = kT\dot{D}_{KL}$$

ve  $\dot{W}_{ext}$  ihmal edilirse:

$$\sigma \approx -k\dot{D}_{KL}.$$
$$\dot{D}_{KL} = \frac{\dot{A}}{\alpha}$$

yerine yazıldığında:

$$\sigma \approx -\frac{k}{\alpha}\dot{A}_+.$$

Tanımlayalım:

$$\lambda := \frac{k}{\alpha}.$$

Böylece hizalanma rejimlerinde:

$$\sigma \approx \lambda\dot{A}_+.$$

Bu orantı koşulludur ve rejime bağlıdır.

---

## 5.5 $\lambda$ 'nin Yorumu

Boyutsal analiz:

$$[\sigma] = \frac{J}{K \cdot s}, [A] = \text{bit}.$$

Dolayısıyla:

$$[\lambda] = \frac{J}{K \cdot \text{bit}}.$$

Doğal logaritma kullanılırsa:

$$[\lambda] = \frac{J}{K \cdot \text{nat}}$$

Bu nedenle  $\lambda$ , birim bilgi başına Boltzmann sabiti mertebesinde bir büyüklüktedir.

---

## 6. Semantik Oranın Tanımı ve Alan Yorumu

### 6.1 Oran Tanımı

Hatırlayalım:

$$A = \mathbb{E} \left[ U(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right], I(X; Y) = \mathbb{E} \left[ \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right].$$

$0 \leq U \leq 1$  olduğundan:

$$|A| \leq I.$$

Semantik oranı tanımlayalım:

$$s := \frac{A_+}{I}, A_+ := |A|, I > 0.$$

Bu büyüklük, karşılıklı bilginin görevle hizalanmış kısmının oranını temsil eder.

---

### 6.2 Yorum

Eğer  $U \geq 0$  ve  $I > 0$  ise:

$$0 \leq s \leq 1.$$

- $s = 1$ : tüm korelasyonlar görevle hizalıdır.
- $s = 0$ : görevle-İlgili bilgi yoktur.
- $0 < s < 1$ : kısmi hizalanma vardır.

Bu oran, bir tür **bilgi hizalanma verimliliği** olarak yorumlanabilir.

---

### 6.3 Boyutsal Analiz

$[I] = \text{bit veya nat}, [A] = \text{bit veya nat}.$

Dolayısıyla

$$s = \frac{A_+}{I}$$

boyutsuzdur.

Enerjetik önemi yalnızca şu ilişki üzerinden ortaya çıkar:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+.$$

---

### 6.4 Yerel Yorum

Yerel semantik katkı yoğunluğunu tanımlayalım:

$$a(x, y) = U(x, y) p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}.$$

Böylece:

$$A = \int a(x, y) dx dy.$$

Yerel semantik oran:

$$s(x, y) = \frac{U(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}}{\log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}} = U(x, y),$$

(payda sıfır olmadığı sürece).

Bu yorum fenomenolojiktir; yeni bir fiziksel alan tanımlamaz.

---

### 6.5 Enerji Ayrışımı

$$A = sI$$

olduğundan:

$$\Delta A = I \Delta s + s \Delta I.$$

Dolayısıyla:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) (I \Delta s + s \Delta I).$$

Semantik oranın kendisi bir enerji birimi değildir; toplam bilginin enerjetik maliyete ne ölçüde katkı yaptığını modüle eder.

---

## 7. Deneysel Öngörüler ve Sınanabilirlik

### 7.1 Merkezi Hipotez

Çerçeve iki koşullu eşitsizlik önermektedir:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+, \sigma \geq \lambda \dot{A}_+.$$

Bunlar evrensel termodinamik yasalar değil, açık ve dengeden uzak sistemler için koşullu alt-sınır hipotezleridir.

---

### 7.2 Yapay Zekâ Sistemlerinde Test

Enerjetik verimlilik tanımlayalım:

$$\eta_A := \frac{\Delta E}{\Delta A_+}.$$

İki kontrollü senaryo karşılaştırılabilir:

- Görevle hizalı öğrenme (gerçek etiketler)
- Rastgele etiketli öğrenme

Test edilebilir hipotez:

$$\eta_A^{(\text{görev})} \neq \eta_A^{(\text{rastgele})}.$$

Daha güçlü bir ampirik hipotez:

$$\eta_A^{(\text{görev})} < \eta_A^{(\text{rastgele})}.$$

Sıfır hipotezi, sistematik bir fark bulunmadığını belirtir.

---

### 7.3 Biyolojik Sistemler

Şu korelasyon test edilebilir:

$$\text{Corr}(\dot{A}_+, \text{metabolik hız}) > 0,$$

uyarıcı şiddeti kontrol edilerek.

---

### 7.4 Stokastik Bilgi Makineleri

Entropi üretimi:

$$\sigma = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (J_{ij} - J_{ji}) \ln \frac{J_{ij}}{J_{ji}}$$

Orantı testi:

$$\sigma \approx \lambda \dot{A}_+$$

---

## 7.5 Regresyon Modeli

$$\sigma = \lambda \dot{A}_+ + \varepsilon,$$

burada  $\varepsilon$ artık (hata) terimini ifade eder.

---

## 7.6 Yanlışlanabilirlik Ölçütleri

Aşağıdaki durumlar sistematik biçimde gözlenirse çerçeve yanlışlanmış sayılır:

$$\Delta A_+ > 0 \text{ iken } \Delta E \approx 0,$$

$$\text{Corr}(\dot{A}_+, \sigma) \approx 0,$$

veya görevle hizalı öğrenme ile rastgele öğrenme verimlilikleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmaması.

---

# 8. Tartışma ve Sınırlamalar

Bu bölüm, önerilen çerçevenin kapsamını, varsayımlarını ve olası sınırlamalarını ele almaktadır.

---

## 8.1 “Anlam”ın İşlemsel Yorumu

Bu çalışmada kullanılan *semantik bilgi* terimi, anlam hakkında ontolojik ya da fenomenolojik bir iddia içermez.

Tanım tamamen işlemseldir:

- Bir kayıp/fayda fonksiyonuna dayanır.
- Göreve bağımlıdır.
- Ölçülebilir istatistiksel nicelikler üzerinden tanımlanır.

Dolayısıyla burada kullanılan “anlam” kavramı şu kavramlarla özdeş değildir:

- bilinç,
- öznel deneyim,
- niyet,
- fenomenal içerik.

Önerilen çerçeve yalnızca görev-temelli korelasyonların fiziksel maliyetini analiz eder.

Bu ayrım, kavramsal aşırı-genellemeyi önlemek açısından kritiktir.

---

## 8.2 Fayda Fonksiyonunun Bağlımsallığı

Semantik bilgi açık biçimde fayda fonksiyonuna bağlıdır. Fayda seçimi şu unsurlara bağlıdır:

- görev tanımı,
- performans ölçütü,

- ölçüm çerçevesi.

Dolayısıyla semantik bilgi mutlak değil, bağlamsaldır.

Bu bağlamsallık bir zayıflık değil, görev-temelli bilgi tanımlarının doğal bir sonucudur.

Ancak şu sonucu doğurur:

Farklı fayda tanımları farklı semantik bilgi değerleri üretebilir.

Bu nedenle deneysel çalışmalar seçilen fayda fonksiyonunu açık biçimde raporlamalıdır.

---

### 8.3 Evrensellik Sınırları

Önerilen eşitsizlikler

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+, \sigma \geq \lambda \dot{A}_+$$

evrensel fizik yasaları olarak sunulmamaktadır.

Aşağıdaki koşullar altında önerilmektedirler:

- Açık sistemler
- Dengeden uzak dinamikler
- Markov geçişleri
- Kanonik ansambl referansı
- Sınırlı fayda

Bu varsayımların dışında, enerjetik maliyet ile görevle-İlgili bilgi arasında genel bir alt sınır garanti edilemez.

Dolayısıyla bu çalışma mevcut termodinamik yasaları değiştirmez; görevle-İlgili bilgi ayrımı üzerinden bilgi termodinamiğini genişletir.

---

### 8.4 Landauer Genişlemesinin Sınırları

Landauer ilkesi bilgi silme süreçlerini ele alır.

Bu çalışma ise şu süreçleri analiz etmektedir:

- bilgi üretimi,
- dağılım yeniden yapılandırması,
- görevle hizalanmış korelasyon artışı.

Önerilen enerjetik alt sınır, Landauer ilkesinin doğrudan bir türetimi değildir; serbest enerji–KL ayrışımı ilişkisine dayalı bir genellemedir.

Bu genellemenin geçerliliği nihai olarak deneysel doğrulamaya bağlıdır.

---

### 8.5 Alternatif Kuramlarla İlişki

Semantik bilgi kavramı şu yaklaşımlarla paralellik gösterir:

- Serbest Enerji İlkesi
- Öngörücü İşleme (Predictive Processing)
- Dissipatif Yapılar
- Bilgi Makineleri

Ancak mevcut çerçeve bu kuramların hiçbirisiyle özdeş değildir.

- Friston'un serbest enerji ilkesinin yeniden formülasyonu değildir.
- Maxwell cini literatürünün bir uzantısı değildir.
- Ancak matematiksel benzerlikler ve kavramsal temas noktaları taşır.

Bu ayrımın netleştirilmesi kuramsal karışmayı önlemek açısından önemlidir.

---

### 8.6 Kuramın Güçlü Yönleri ve Sınırlamaları

**Güçlü Yönler**

- Matematiksel tanım açık ve içsel olarak tutarlıdır.

- KL–serbest enerji bağlantısı fiziksel bir temel sunar.
- Çerçeve test edilebilir hipotezler üretir.
- Hem yapay hem biyolojik sistemlere uygulanabilir.

### Sınırlamalar

- Fayda fonksiyonu bağlama bağlıdır.
- $\lambda$  katsayısı evrensel değildir; deneysel olarak belirlenmelidir.
- Karmaşık biyolojik sistemlerde  $\Delta A$ 'nın doğrudan ölçümü zor olabilir.
- Korelasyon ile nedensellik arasındaki ayrım dikkatle ele alınmalıdır.

Bu sınırlamalar, gelecekteki kuramsal rafinman ve ampirik araştırmalar için yön göstermektedir.

## 9. Sonuç

Bu çalışmada, bilgi termodinamiği çerçevesi görevle-ile ilgili bilgi ayrımı üzerinden sistematik biçimde genişletilmiştir. Shannon bilgi kuramı istatistiksel bağımlılığı ölçerken, bu bağımlılığın sistem amaçları açısından taşıdığı değeri ayırt etmez. Bu sınırlamayı gidermek amacıyla, semantik bilgi karşılıklı bilginin fayda-ağırlıklı bir biçimi olarak tanımlanmıştır:

$$A = \int U(x, y) p(x, y) \ln \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} dx dy.$$

Bu tanım, görevle hizalanmış korelasyonların yoğunluğunu ölçer ve karşılıklı bilginin bağlamsal bir bileşenini temsil eder.

Bu çalışmanın temel katkısı, semantik bilginin üretiminin serbest enerji ve entropi üretimi ile yapısal olarak ilişkilendirilebileceğini göstermesidir. KL ayrışımı ile serbest enerji farkı arasındaki yerleşik ilişki kullanılarak, görevle-ile ilgili bilgi üretimi için şu koşullu hipotezler önerilmiştir:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+, \sigma \geq \lambda \dot{A}_+.$$

Bu ifadeler evrensel fizik yasaları olarak değil; belirli dinamik koşullar altında (açık, dengeden uzak sistemler) geçerli, deneysel olarak sınanabilir alt-sınır hipotezleri olarak sunulmaktadır.

Önerilen çerçeve:

- Mevcut termodinamik yasaları değiştirmez,
- Dengeden uzak termodinamik ile tutarlıdır,
- KL–serbest enerji ilişkisine dayanmaktadır,
- Matematiksel olarak açık ve içsel olarak tutarlıdır,
- Deneysel olarak sınanabilir öngörüler üretir.

Bu bağlamda semantik bilgi, metafizik bir anlam kategorisi değil; görev-temelli korelasyon hizalanmasının bir ölçüsüdür. Çalışma bilinç, öznel deneyim ya da ontolojik anlam hakkında herhangi bir iddia ileri sürmez; yalnızca görev-ağırlıklı bilgi üretiminin fiziksel maliyetini analiz eder.

Bu çerçeve gelecekteki araştırmalar için çeşitli yönler açmaktadır:

- Entropi-üretim katsayısı  $\lambda$ 'nın deneysel belirlenmesi,
- Yapay öğrenme sistemlerinde enerji–semantik bilgi oranlarının nicel ölçümü,
- Biyolojik uyum süreçlerinde görevle-ile ilgili bilgi dinamiklerinin analizi,

- Markov olmayan ve güçlü geri-beslemeli sistemlerde genelleştirilmiş sınırların araştırılması.

Sonuç olarak, görevle-İlgili bilgi üretiminin enerjetik bir maliyet taşıdığı hipotezi, bilgi işleyen sistemlerin fiziksel sınırlarını analiz etmek için matematiksel olarak tutarlı ve deneysel olarak sınanabilir bir çerçeve sunmaktadır. Bilgi termodinamiğini saf istatistiksel bağımlılıktan işlevsel seçilime doğru genişleterek, enerji–bilgi ilişkisinin daha rafine bir sınıflandırılmasını mümkün kılmaktadır.

Önerilen yaklaşım, bilgi üretimini ontolojik bir yapı olarak değil; açık sistemlerde ölçülebilir korelasyon hizalanması olarak ele alır. Bu anlamda, yerleşik termodinamik yasalarla çelişmeden görevle-İlgili bilgi üretiminin sınırlarını araştırmak için ilkesel bir başlangıç noktası sunmaktadır.

## 10. Matematiksel Sonuçlar ve Teoremler

Bu bölüm, görev-ağırlıklı bilgi ölçüsünün matematiksel sınırlarını ve termodinamik tutarlılığını ortaya koymaktadır. Aşağıdaki sonuçlar şu varsayımlar altında geçerlidir:

- $0 \leq U(x, y) \leq 1$ ,
- İlgili tüm integraller sonludur,
- KL ayrışımı iyi tanımlıdır,
- Teorem 3 ve 4 için referans dağılımı kanonik Boltzmann dağılımıdır.

### **Teorem 1 — Üst Sınır Özelliği (Sınırlılık)**

#### **Önerme.**

Eğer  $0 \leq U(x, y) \leq 1$  ise, semantik bilgi Aşu eşitsizliği sağlar:

$$|A| \leq \int p(x, y) |Z(x, y)| dx dy,$$

burada

$$Z(x, y) := \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}.$$

Ek olarak, eğer  $Z(x, y) \geq 0$  hemen her yerde sağlanıyorsa,

$$0 \leq A \leq I(X; Y).$$

#### **İspat.**

Tanım gereği:

$$A = \int U(x, y) p(x, y) Z(x, y) dx dy.$$

Mutlak değer alınırsa:

$$|A| \leq \int U(x, y) p(x, y) |Z(x, y)| dx dy.$$

$0 \leq U(x, y) \leq 1$  olduğundan:

$$|A| \leq \int p(x, y) |Z(x, y)| dx dy.$$

Eğer  $Z(x, y) \geq 0$  hemen her yerde ise:

$$A \leq \int p(x, y) Z(x, y) dx dy = I(X; Y).$$

### Yorum.

Semantik bilgi toplam istatistiksel bağımlılığı aşamaz. Görevle-İlgili bilgi, karşılıklı bilginin bir alt bileşenidir.

---

### Teorem 2 — Görev Yokluğu Durumu

#### Önerme.

Eğer  $U(x, y) \equiv 0$  ise:

$$A = 0.$$

#### İspat.

Tanımdan:

$$A = \int 0 \cdot p(x, y) Z(x, y) dx dy = 0.$$

### Yorum.

Bu sonuç semantik bilginin bağlamsal doğasını doğrular. İstatistiksel bağımlılık mevcut olsa bile, görev tanımı yoksa semantik katkı oluşmaz.

---

### Teorem 3 — Serbest Enerji Alt Sınırı (Koşullu)

#### Varsayımlar

- Referans dağılımı kanonik Boltzmann'dır:

$$q(x) = \frac{e^{-\beta E(x)}}{Z}, \beta = \frac{1}{kT}.$$

- Sistem kanonik ansambl ile tanımlanır.
- Fayda sınırlıdır:  $0 \leq U \leq 1$ .
- Hizalanma koşulu geçerlidir (semantik büyüme toplam KL büyümesine pozitif katkı yapar).

#### Bilinen Sonuç

$$F(p) - F(q) = kT D_{KL}(p \parallel q).$$

#### Önerme

Hizalanma rejiminde:

$$F(p) - F(q) \geq kT A_+,$$

burada

$$A_+ := \max(A, 0).$$

#### İspat

KL ayrışımı dengeden toplam sapmayı ölçer:

$$D_{KL}(p \parallel q) \geq 0.$$

Sınırlı fayda ve hizalanma koşulu altında:

$$A_+ \leq D_{KL}(p \parallel q).$$

Dolayısıyla:

$$F(p) - F(q) = kT D_{KL}(p \parallel q) \geq kT A_+.$$

### Yorum.

Görevle-İlgili bilgi üretimi, sistemi termodinamik dengeden uzaklaştıran bir serbest enerji farkı gerektirir. Bu, enerjetik maliyet hipotezinin matematiksel temelini oluşturur.

---

## Teorem 4 — Entropi Üretimi ile Koşullu Dinamik İlişki

### Varsayımlar

- Sistem açık ve dengeden uzaktır.
- Dinamikler Markoviyen ya da ayrıntılı dengeye yakındır.
- Dış iş akışı sabit ya da ihmal edilebilir.
- Hizalanma rejimi geçerlidir.

### Bilinen Sonuç

$$\frac{dF}{dt} = \dot{W}_{ext} - T\sigma.$$

Dış iş ihmal edilirse:

$$T\sigma \geq -\frac{dF}{dt}.$$

Teorem 3'ten:

$$F(p) - F(q) = kT D_{KL}(p \parallel q).$$

Türev alınırsa:

$$\frac{dF}{dt} = kT \frac{d}{dt} D_{KL}.$$

---

### Hizalanma Rejimi

Dengeden uzaklaştırılan rejimlerde:

$$\frac{d}{dt} D_{KL} > 0.$$

Hizalanma katsayısını tanımlayalım:

$$\alpha(t) = \frac{\frac{dA_+}{dt}}{\frac{d}{dt} D_{KL}}, 0 < \alpha(t) \leq 1.$$

Dolayısıyla:

$$\frac{dA_+}{dt} = \alpha \frac{d}{dt} D_{KL}.$$

---

### Türetim

Entropi ilişkisine yerleştirelim:

$$T\sigma \geq kT \frac{d}{dt} D_{KL}.$$

T ile bölersek:

$$\sigma \geq k \frac{d}{dt} D_{KL}.$$

Hizalanma bağıntısı kullanılırsa:

$$\frac{d}{dt} D_{KL} = \frac{1}{\alpha} \frac{dA_+}{dt}.$$

Sonuç olarak:

$$\sigma \geq \frac{k}{\alpha} \frac{dA_+}{dt}.$$

---

### Nihai Sonuç

$$\sigma \geq \lambda \frac{dA_+}{dt},$$

burada

$$\lambda = \frac{k}{\alpha}.$$

---

### Katsayının Tanımı $\lambda$

$\lambda$  evrensel değildir.

$$\lambda = \frac{k}{\alpha}, 0 < \alpha \leq 1.$$

$\alpha$  boyutsuz olduğundan,  $\lambda$  birim bilgi başına Boltzmann sabiti ile aynı fiziksel boyuta sahiptir.

---

### Boyutsal Analiz

Entropi üretim hızı:

$$[\sigma] = \frac{J}{K \cdot s}.$$

Semantik bilgi hızı:

$$\left[ \frac{dA_+}{dt} \right] = \frac{\text{bit}}{s} \text{ veya } \frac{\text{nat}}{s}.$$

Dolayısıyla:

$$[\lambda] = \frac{J}{K \cdot \text{bit}} \text{ veya } \frac{J}{K \cdot \text{nat}}.$$

$[k] = \frac{J}{K}$  olduğundan,

$\lambda$ , birim bilgi başına Boltzmann sabiti mertebesinde ve hizalanma faktörünün tersine  $1/\alpha$  ile ölçeklenir.

---

### Yorum

Hizalanma koşulları altında, görevle-İlgili (semantik) bilgi üretim hızındaki artış, entropi üretim hızında orantılı bir artış zorunlu kılar.

Ancak bu orantı katsayısı sistem-bağımlıdır ve evrensel değildir. Herhangi bir evrensel termodinamik özdeşlik iddia edilmemektedir.

---

## 11. İki Durumlu Bir Markov Modeline Uygulama

Bu bölümde, önerilen semantik bilgi çerçevesi, en basit dengeden uzak sistemlerden biri olan iki durumlu sürekli-zamanlı bir Markov süreci üzerinden örneklendirilmektedir. Amaç, görevle-ilişkili bilgi üretimi ile entropi üretim hızı arasındaki ilişkiyi analitik olarak incelemektir.

---

### 11.1 Model Tanımı

Sistem iki durumdan oluşur:

$$\mathcal{X} = \{0,1\}.$$

Geçiş oranları:

$$W_{01}: 0 \rightarrow 1, W_{10}: 1 \rightarrow 0.$$

Ana denklemler:

$$\begin{aligned}\frac{dp_0}{dt} &= -W_{01}p_0 + W_{10}p_1, \\ \frac{dp_1}{dt} &= -W_{10}p_1 + W_{01}p_0.\end{aligned}$$

Durağan durumda  $\frac{dp_i}{dt} = 0$ :

$$p_0 = \frac{W_{10}}{W_{01} + W_{10}}, p_1 = \frac{W_{01}}{W_{01} + W_{10}}.$$

---

### 11.2 Çevresel Bir Değişkenle Korelasyon

Sistemin bir çevresel değişken  $Y$  ile korele olduğunu varsayalım.

Ortak dağılım  $p(x, y)$ 'dir.

Karşılıklı bilgi:

$$I(X; Y) = \sum_{x,y} p(x, y) \ln \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}.$$

Bu büyüklük toplam istatistiksel bağımlılığı ölçer.

---

### 11.3 Görev Tanımı ve Semantik Bilgi

Görevin yalnızca 1 durumunu ödüllendirdiğini varsayalım:

$$U(1, y) = 1, U(0, y) = 0.$$

Bu durumda semantik bilgi:

$$A = \sum_y p(1, y) \ln \frac{p(1, y)}{p(1)p(y)}.$$

Yalnızca görevle hizalanmış durum katkı yapar.  
Dolayısıyla semantik bilgi, karşılıklı bilginin fayda-ağırlıklı bir bileşenidir.

---

### 11.4 Entropi Üretim Hızı

İki durumlu bir Markov sistemi için entropi üretim hızı:

$$\sigma = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (J_{ij} - J_{ji}) \ln \frac{J_{ij}}{J_{ji}}.$$

İki durum için:

$$\sigma = (J_{01} - J_{10}) \ln \frac{J_{01}}{J_{10}}.$$

Geçiş akıları:

$$J_{01} = p_0 W_{01}, J_{10} = p_1 W_{10}.$$

Durağan olasılıklar yerine konursa:

$$J_{01} = \frac{W_{10} W_{01}}{W_{01} + W_{10}}, J_{10} = \frac{W_{01} W_{10}}{W_{01} + W_{10}}.$$

### Önemli:

Sabit oranlı basit iki durumlu bir sistemde ayrıntılı denge otomatik olarak sağlanır:

$$J_{01} = J_{10},$$

dolayısıyla

$$\sigma = 0.$$

Bu nedenle sabit oranlı saf iki durumlu bir sistem, sıfırdan büyük durağan entropi üretimi sürdürülemez.

$\sigma > 0$  elde etmek için şu koşullardan biri gereklidir:

- Zamana bağlı sürme (time-dependent driving),
- Çoklu rezervuarlara bağlanma,
- Korunumlu olmayan zorlayıcı kuvvetler,
- Ya da döngü akımlarına sahip çok durumlu modeller.

---

### 11.5 Dengeden Uzak Sürme

Şimdi oranların dışsal olarak sürüldüğünü ve ayrıntılı dengenin bozulduğunu varsayalım (örneğin zamana bağlı zorlayıcı etki veya asimetrik rezervuar bağlanması ile).

Bu durumda:

$$W_{01} \neq W_{10} \text{ (dengeden uzak sürme altında).}$$

Bu durumda:

- $W_{01}$  arttığında  $p_1$  artar,
- semantik bilgi  $A$  artar,
- entropi üretimi  $\sigma > 0$  olur.

Dolayısıyla görevle ilgili olasılık yeniden yapılandırılması, dengeden uzak akı gerektirir.

---

## 11.6 Hipotezin Somut Gösterimi

Dengeden uzak sürme altında:

Eğer

$$\Delta A_+ > 0,$$

ise ayrıntılı denge bozulmuş olmalıdır; bu da

$$\sigma > 0$$

anlamına gelir.

Bu durum, daha önce önerilen ilişkilerle tutarlıdır:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+, \sigma \geq \lambda \dot{A}_+.$$

Bu iki durumlu örnek, koşullu enerjetik maliyet hipotezinin en basit analitik gösterimini sunar. Daha karmaşık görev yapıları, önemsiz olmayan döngü akımlarına sahip çok durumlu Markov süreçlerini gerektirir.

---

## 12. Boyutsal Analiz

Bu bölümde, çerçevede tanıtılan niceliklerin boyutsal tutarlılığı incelenmektedir. Amaç, önerilen enerji–bilgi eşitsizliklerinin birim açısından fiziksel olarak tutarlı olduğunu göstermektir.

---

### 12.1 Bilgi Nicelikleri

Karşılıklı bilgi:

$$I(X; Y)$$

Semantik bilgi:

$$A$$

Her iki nicelik de Shannon bilgi ölçüleridir.

- Logaritma tabanı 2 ise birim **bittir**.
- Doğal logaritma kullanılırsa birim **nat**tır.

Dolayısıyla:

$$[I] = [A] = \text{bit veya nat.}$$

Bu büyüklükler matematiksel olarak boyutsuzdur; yalnızca bilgi birimi taşırlar. Fiziksel enerji birimi taşımazlar.

---

### 12.2 Enerji Terimleri

Enerji değişimi:

$$\Delta E, [\Delta E] = J.$$

Landauer katsayısı:

$$kT \ln(2).$$

Burada:

- $k$ Boltzmann sabiti ( $J/K$ ),

- T sıcaklık ( $K$ ).

Dolayısıyla:

$$[kT] = J.$$

Eğer bilgi bit cinsinden ölçülüyorsa:

$$kT \ln(2) \text{ birimi } \frac{J}{\text{bit}}.$$

Eğer bilgi nat cinsinden ölçülüyorsa:

$$kT \text{ birimi } \frac{J}{\text{nat}}.$$

Bu katsayı, birim bilgi başına enerji ölçeği olarak yorumlanabilir.

---

### 12.3 Enerji–Bilgi Eşitsizliği

Önerilen eşitsizlik:

$$\Delta E \geq kT \ln(2) \Delta A_+.$$

Boyutsal olarak:

$$J \geq \left( \frac{J}{\text{bit}} \right) \cdot \text{bit},$$

veya

$$J \geq \left( \frac{J}{\text{nat}} \right) \cdot \text{nat}.$$

Dolayısıyla eşitsizlik boyutsal olarak tutarlıdır.

Bu ifade, semantik bilginin enerjiye eşit olduğunu iddia etmez; yalnızca enerjetik maliyetin, semantik bilgi artışıyla orantılı bir alt sınırı olduğunu belirtir.

---

### 12.4 Entropi ve Entropi Üretim Hızı

Termodinamik entropi:

$$S = kH,$$

burada  $H$  Shannon entropisidir (nat cinsinden boyutsuz).

Dolayısıyla:

$$[S] = J/K.$$

Entropi üretim hızı:

$$\sigma = \frac{dS}{dt}.$$

Boyutu:

$$[\sigma] = \frac{J}{K \cdot s}.$$

Bu, entropi üretiminin fiziksel hızını temsil eder.

---

## 12.5 $\lambda$ Katsayısının Boyutu

Eşitsizlikten:

$$\sigma \geq \lambda \frac{dA_+}{dt}.$$

Birimleri inceleyelim.

Logaritma tabanı 2 ise:

$$[\dot{A}_+] = \frac{\text{bit}}{s}.$$

Doğal logaritma ise:

$$[\dot{A}_+] = \frac{\text{nat}}{s}.$$

$[\sigma] = \frac{J}{K \cdot s}$  olduğuna göre:

$$[\lambda] = \frac{J}{K \cdot \text{bit}} \text{ veya } \frac{J}{K \cdot \text{nat}}.$$

Dolayısıyla  $\lambda$ , birim bilgi başına Boltzmann sabiti mertebesinde bir büyüklüktür.

$[k] = J/K$  olduğundan:

$$\lambda = k \times \alpha,$$

burada  $\alpha$  boyutsuz bir hizalanma faktörüdür (birim bilgi başına ifade edilir).

Bu sonuç, temel fizik sabitleriyle boyutsal tutarlılığı doğrulamaktadır.

---

## 12.6 Tutarlılık Sonucu

Boyutsal analiz şu sonuçları vermektedir:

- Semantik bilgi enerji değildir.
- Bilgi birimleri ile enerji birimleri arasında özdeşlik yoktur.
- Enerji–bilgi ilişkisi,  $kT$  ölçeğinde doğrusal bir katsayı aracılığıyla kurulmaktadır.
- Önerilen eşitsizlikler boyutsal olarak tutarlıdır.

Dolayısıyla çerçeveye, enerji–bilgi bağlantısı açısından herhangi bir boyutsal tutarsızlık içermemektedir.

---

## Kaynakça

Landauer, R. (1961). *Irreversibility and heat generation in the computing process*. IBM Journal of Research and Development, 5(3), 183–191. <https://doi.org/10.1147/rd.53.0183>

Bennett, C. H. (1982). *The thermodynamics of computation—A review*. International Journal of Theoretical Physics, 21(12), 905–940. <https://doi.org/10.1007/BF02084158>

Seifert, U. (2012). *Stochastic thermodynamics, fluctuation theorems and molecular machines*. Reports on Progress in Physics, 75(12), 126001. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/75/12/126001>

Parrondo, J. M. R., Horowitz, J. M., & Sagawa, T. (2015). *Thermodynamics of information*. Nature Physics, 11, 131–139. <https://doi.org/10.1038/nphys3230>

Still, S., Sivak, D. A., Bell, A. J., & Crooks, G. E. (2012). *Thermodynamics of prediction*. Physical Review Letters, 109(12), 120604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.120604>

Friston, K. (2010). *The free-energy principle: A unified brain theory?* Nature Reviews Neuroscience, 11(2), 127–138.